



Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería / Facultad de Física
IEE1133/FIZ1433 Materiales Eléctricos
Profesor: Roberto Rodríguez

Ayudantía 9: Transistor BJT

Joaquín Arancibia: jiaranci@puc.cl
Fabián Cádiz: facadiz@puc.cl

1. Potencial electrostático en un semiconductor inhomogéneo.

Si suponemos que esta juntura p-n se realiza al acercar un material de tipo n a un material de tipo p , partimos de una situación donde el nivel de Fermi E_F (notado μ en algunas ocasiones) es distinto en las regiones de tipo n y p . Esta situación está esquematizada en la figura ?? en el caso de régimen extrínseco ($n \sim N_D \gg n_i$ en la región n , $p \sim N_A \gg n_i$ en la región p).

2. Postulados de la mecánica cuántica

Resumen

1. La descripción del estado de una partícula en el espacio se logra por una función de onda $\psi(\vec{x}, t)$ donde su módulo cuadrado da la densidad de probabilidad de presencia en el punto \vec{x} al instante t .
2. La evolución en el tiempo de la función de onda de una partícula colocada en un potencial $V(r)$ se obtiene a partir de la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \hat{H} \psi(\vec{x}, t)$$

donde el observable energía \hat{H} , o hamiltoniano del sistema, es:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r)$$

3. Para un sistema aislado en un potencial independiente del tiempo, los estados estacionarios son los estados propios de la energía, con una función de onda de la forma:

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi_\alpha(\vec{x}) e^{-iE_\alpha t/\hbar}$$

donde ψ_α es una solución normada ($\int_{\mathbb{R}^3} d^3x |\psi_\alpha|^2 = 1$) de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo:

$$\hat{H} \psi_\alpha(\vec{x}) = E_\alpha \psi_\alpha(\vec{x})$$

La evolución en el tiempo de toda función de onda $\psi(\vec{x}, t)$ se escribe inmediatamente una vez conocidas las soluciones estacionarias:

$$\psi(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} C_{\alpha} e^{-iE_{\alpha} t/\hbar} \psi_{\alpha}(\vec{x}), \quad \text{con} \quad C_{\alpha} = \int_{\mathbb{R}^3} d^3x \psi_{\alpha}^*(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t=0)$$

4. El problema de un electrón en un potencial periódico posee como soluciones estacionarias a las funciones de Bloch:

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{x}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{x}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

donde $u_{n,\vec{k}}(\vec{x})$ tiene la misma periodicidad que el potencial. Para n fijo, al variar \vec{k} se obtiene una función cuasi-contínua $E_n(\vec{k})$, que constituye la n -ésima banda de energía. El espectro entonces está constituido por bandas de energía permitidas y prohibidas para el electrón. Esto determina las propiedades de conducción eléctrica de un cristal.

3. Estadística de los electrones: función de Fermi-Dirac

Se muestra en física estadística que la probabilidad para que un estado de energía E sea ocupado por un electrón (fermión) está dada por la función de Fermi-Dirac $f(E)$:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E-\mu)}}$$

donde $\beta = 1/k_B T$ y μ es el potencial químico (también llamado e_F). La forma de $f(E)$ se muestra en la figura siguiente:

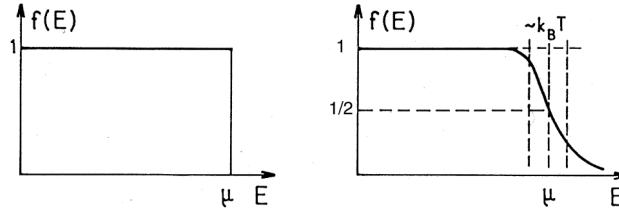


Figura 1: Variación de $f(E)$ para $T = 0$ y $T \neq 0$

El potencial químico es la variación de la energía libre de un sistema cuando se introduce una partícula suplementaria a una temperatura dada. Si dos sistemas pueden intercambiar partículas de la misma naturaleza, al equilibrio termodinámico el potencial químico es idéntico para los dos sistemas. El sistema cuyo potencial químico es mayor cede partículas al otro hasta que se igualan los potenciales químicos. Si se tiene un sistema de partículas sin masa, $\mu = 0$.

4. Densidad de estados

Se define $D(E)$ de forma que $D(E)dE$ es el número de estados cuánticos permitidos en un rango de energía entre E y $E + dE$. Para una partícula con relación de dispersión $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}^2$, y considerando la degeneración de spin, se tiene:

$$D(E) = \frac{V\sqrt{2}m^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \sqrt{E} \quad 3D$$

$$D(E) = \frac{4\pi\Omega m}{h^2} \quad 2D$$

5. Constantes y propiedades eléctricas de distintos materiales.

Resistividad en ohm-metros, medidos a 1 atm y a 20° C:

Material	Resistividad	Material	Resistividad
<i>Conductor</i>		<i>Semi-Conductores</i>	
Plata	$1,59 \times 10^{-8}$	Agua Salada	$4,4 \times 10^{-2}$
Cobre	$1,68 \times 10^{-8}$	Germanio	$4,6 \times 10^{-1}$
Oro	$2,21 \times 10^{-8}$	Diamante	2,7
Aluminio	$2,65 \times 10^{-8}$	Silicio	$2,5 \times 10^3$
Hierro	$9,61 \times 10^{-8}$	<i>Aislantes</i>	
Mercurio	$9,58 \times 10^{-7}$	Agua pura	$2,5 \times 10^5$
Nicromo	$1,00 \times 10^{-6}$	Madera	$10^8 - 10^{11}$
Manganeso	$1,44 \times 10^{-6}$	Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$
Grafito	$1,4 \times 10^{-5}$	Cuarzo	$\sim 10^{16}$

Susceptibilidades magnéticas a 1 atm y 20°C:

Material	Susceptibilidad	Material	Susceptibilidad
<i>Diamagnetico</i>		<i>Paramagnetico</i>	
Bismuto	$-1,6 \times 10^{-4}$	Oxígeno	$1,9 \times 10^{-6}$
Oro	$-3,4 \times 10^{-5}$	Sodio	$8,5 \times 10^{-6}$
Plata	$-2,4 \times 10^{-5}$	Aluminio	$2,1 \times 10^{-5}$
Cobre	$-9,7 \times 10^{-6}$	Tungsteno	$7,8 \times 10^{-5}$
Agua	$-9,0 \times 10^{-6}$	Platinio	$2,8 \times 10^{-4}$
CO_2	$-1,2 \times 10^{-8}$	Oxígeno líquido (-200 °C)	$3,9 \times 10^{-3}$
Hidrógeno	$-2,2 \times 10^{-9}$	Gadolinio	$4,8 \times 10^{-1}$

Constantes dieléctricas, a 1 atm y 20 °C:

Material	Constante Dieléctrica	Material	Constante Dieléctrica
Vacío	1	Benceno	2,28
Helio	1,000065	Diamante	5,7
Neon	1,00013	Sal	5,9
Hidrógeno	1,00025	Silicio	11,8
Argón	1,00052	Metanol	33
Aire(seco)	1,00054	Agua	80,1
Nitrógeno	1,00055	Hielo(30°C)	99
Vapor de agua (100°C)	1,00587	$KTaNbO_3$	34 000

Gaps de diferentes semiconductores a 300 K.

Cristal	E_g (eV)	Cristal	E_g (eV)
Diamante	5,33	PbS	0,34
Si	1,12 (1,17 a 4 K)	PbSe	0,27
Ge	0,67	PbTe	0,30
InSb	0,23	CdS	2,42
InAs	0,33	CdSe	1,74
InP	1,25	CdTe	1,8
GaAs	1,43 (1,52 a 4 K)	ZnO	3,2
AlSb	1,6	ZnS	3,6
GaP	2,25	ZnSe	2,60
SiC	3	AgCl	3,2
Te	0,33	AgI	2,8
ZnSb	0,56	Cu_2O	2,1
GaSb	0,78	TiO_2	3

Masas efectivas de algunos semiconductores.

	m_c	$m_{c,L}$	$m_{c,T}$	$m_{v,l}$	$m_{v,L}$
GaAs	$0,07 m_0$	-	-	$0,082 m_0$	$0,5 m_0$
Si	-	m_0	$0,2 m_0$	$0,16 m_0$	$0,49 m_0$

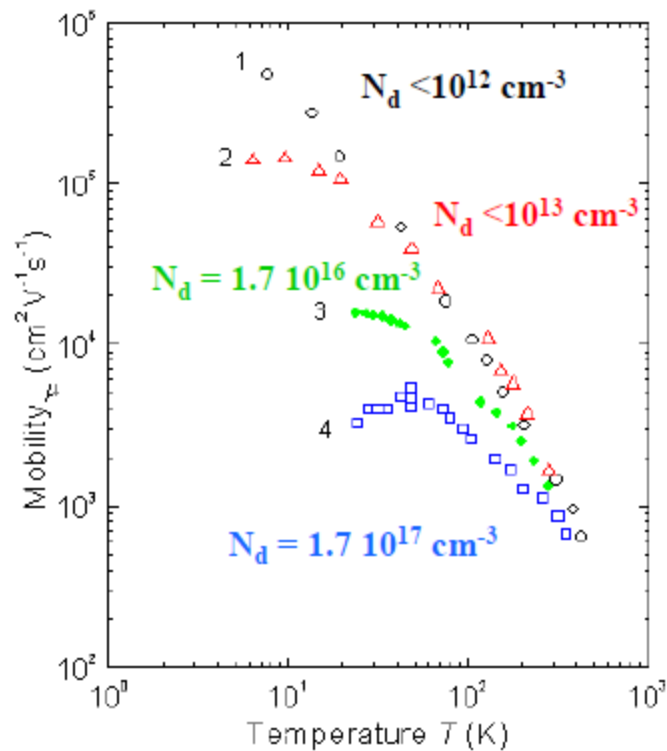


Figura 2: Movilidad en el Si en función de T.

Función de trabajo para distintos metales.

Metal	$e\phi_m$ (eV)
Plata	4,26
Aluminio	4,28
Cobre	4,7
Oro	5,1
Níquel	5,15

Afinidad electrónica para semiconductores.

Semiconductor	$e\chi$ (eV)
AlAs	3,5
Si	4,01
GaAs	4,07
Ge	4,13

6. Algunas unidades y constantes fundamentales

Unidades	
Ångstrom	$1\text{Å} = 10^{-10}m$ (\sim tamaño de un átomo)
Fermi	$1fm = 10^{-15}m$ (\sim tamaño de un núcleo)
ElectronVolt	$1eV = 1,60218 \cdot 10^{-19}J$
Constantes Fundamentales	
Constante de Planck	$h = 6,6261 \cdot 10^{-34}Js$
Cte. Planck h-barra	$\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}Js$
Velocidad de la luz	$c = 299\,792\,458\,m/s$
Permeabilidad del vacío	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ y $\epsilon_0\mu_0c^2 = 1$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}JK^{-1}$
Número de Avogadro	$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}$
Carga del electrón	$q_e = -1,602 \cdot 10^{-19}C$
Masa del electrón	$m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31}kg$
Masa del protón	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}kg$

6.0.1. Problema 1

Considere un transistor pnp bajo condiciones normales de operación en las cuales, la juntura EB tiene un voltaje directo y la juntura BC uno inverso. El campo en la zona neutra de la región base, fuera de las zonas de depleción puede asumirse despreciable. La ecuación de continuidad para los agujeros $p_n(x)$, en la región tipo-n base es:

$$D_h \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_H} = 0 \quad (1)$$

Donde p_n es la concentración de agujeros a distancia x de la zona de depleción y p_{n0} y τ_h son la concentración y el tiempo de recombinación de los agujeros al equilibrio.

1. ¿Cuáles son las condiciones de borde en $x = 0$ y $x = W_B$, justo fuera de la región de depleción del colector?
2. Muestre que la expresión siguiente para $p_n(x)$ es solución de la ecuación de continuidad:

$$p_n(x) = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \left[\frac{\sinh\left(\frac{W_B - x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] + p_{n0} \left[1 - \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] \quad (2)$$

Donde $V = V_{EB}$ y $L_h = \sqrt{D_h \tau_h}$

3. Muestre que la solución propuesta satisface las condiciones de borde impuestas

6.0.2. Solución

La ecuación de continuidad para los agujeros en la región base tipo-n es:

$$D_h \frac{d^2 p_n}{dx^2} - \frac{p_n - p_{n0}}{\tau_h} = 0$$

1. Las condiciones de borde (para la concentración de agujeros) en $x=0$ (i.e. inmediatamente al exterior de la región de depleción EB) y en $x = W_B$ (justo fuera de la región de depleción BC) son:

$$p_n(0) = p_{n0} \exp\left(\frac{eV}{kT}\right)$$

$$p_n(W_B) = 0$$

Estas condiciones vienen dadas por la «ley de la juntura»

2. Substituyendo la solución propuesta en la ecuación nos asegurará que ésta es solución. Para esto derivamos y recordando que:

$$\frac{d \sinh(x)}{dx} = \cosh(x)$$

$$\frac{d \cosh(x)}{dx} = \sinh(x)$$

$$p_n(x) = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \left[\frac{\sinh\left(\frac{W_B - x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] + p_{n0} \left[1 - \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right]$$

Luego:

$$\frac{dp_n}{dx} = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \left[\frac{\frac{-1}{L_h} \cosh\left(\frac{W_B - x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] - p_{n0} \left[\frac{\frac{1}{L_h} \cosh\left(\frac{x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right]$$

$$\frac{d^2p_n}{dx^2} = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \left[\frac{\frac{1}{L_h^2} \cosh\left(\frac{W_B - x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] - p_{n0} \left[\frac{\frac{1}{L_h^2} \cosh\left(\frac{x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right]$$

3. Vemos que la solución verifica las condiciones de borde simplemente reemplazando los valores de x .

6.0.3. Problema 2

Considere un transistor pnp en una configuración de base común y bajo condiciones normales de operación. La juntura emisor-base tiene un voltaje directo, y la base-colector uno inverso. El emisor, la base y el colector están dopados según: $N_{a(E)}$, $N_{d(B)}$, $N_{a(C)}$, respectivamente. Además se tiene $N_{a(E)} \gg N_{d(B)} \geq N_{a(C)}$. Por simplicidad, asuma que el dopaje es uniforme en todas las regiones. La longitud de la base y del emisor son W_B y W_E , mucho más pequeñas que la longitud de difusión de los portadores minoritarios L_h y L_e . El tiempo de vida media de los portadores minoritarios es el tiempo de recombinación de los agujeros τ_h . La movilidad de los portadores minoritarios en la base y del emisor se denotan μ_h y μ_e .

1. Asuma que la eficiencia de inyección es 1, muestre que:

- $I_E \approx \frac{eAD_h n_i^2 \coth(W_B/L_h)}{L_h N_{d(B)}} \exp\left(\frac{eV_{EB}}{kT}\right)$
- $I_C \approx \frac{eAD_h n_i^2 \operatorname{cosech}(W_B/L_h)}{L_h N_{d(B)}} \exp\left(\frac{eV_{EB}}{kT}\right)$
- $\alpha \approx \operatorname{sech}\left(\frac{W_B}{L_h}\right)$
- $\beta \approx \frac{\tau_h}{\tau_t}$ donde $\tau_t = \frac{W_B^2}{2D_h}$ es el tiempo de tránsito base.

2. Considere la corriente total del emisor I_E , a través de la juntura EB, que tiene componentes de difusión y de recombinación:

$$I_E = I_{E(s0)} \exp\left(\frac{eV_{EE}}{kT}\right) + I_{E(r0)} \exp\left(\frac{eV_{EB}}{2kT}\right)$$

Sólo la componente de los agujeros de la corriente de difusión (el primer término) puede contribuir a la corriente del colector.

Muestre que para $N_{a(E)} \gg N_{d(E)}$, la eficiencia de la inyección del emisor γ , está dada por:

$$\gamma \approx \left[1 + \frac{I_{E(r0)} \exp\left(-\frac{eV_{EB}}{2kT}\right)}{I_{E(s0)}}\right]^{-1} \quad (3)$$

Como $\gamma < 1$ modifica las expresiones derivadas en la parte a? qué concluye (considere corrientes pequeñas y grandes, o $V_{EB} = 0,4$ y $0,7V$)?

6.0.4. Solución

1. La concentración del portador minoritario será:

$$p_n(x) = p_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \left[\frac{\sinh\left(\frac{W_B-x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] + p_{n0} \left[1 - \frac{\sinh\left(\frac{x}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right] \quad (4)$$

Bajo condiciones normales de operación, EB está con voltaje directo y $eV_{EB}/(kT) \gg 1$

La corriente I_E es la corriente de difusión en $x = 0$, i.e. en la base inmediatamente fuera de la zona de depleción EB.

$$I_E = \pm eAD_h \frac{dp_n(x=0)}{dx}$$

$$I_E = \pm eAD_h \left[p_{n0} \left(\exp\left(\frac{eV_{EB}}{kT}\right) - 1 \right) \frac{-1}{L_h} \frac{\cosh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} - p_{n0} \frac{1}{L_h} \frac{1}{\sinh\left(\frac{W_B}{L_h}\right)} \right]$$

Como $p_{n0} = n_i^2/N_{d(B)}$ y $eV_{EB}/kT \gg 1$ (voltaje directo) y $L_h \gg W_B$ (poca recombinación en la base), de esta manera $\cosh(W_B/L_h) \approx 1$, obtenemos:

$$I_E \approx \frac{eAD_h n_i^2 \cosh(W_B/L_h)}{L_h N_{d(B)} \sinh(W_B/L_h)} \exp(eV_{EB}/kT) = \frac{eAD_h n_i^2}{L_h N_{d(B)} \sinh(W_B/L_h)} \coth(W_B/L_h) \exp(eV_{EB}/kT)$$

La corriente en el colector I_C se determina por el gradiente de la concentración en $x = W_B$:

$$\begin{aligned} I_C &= \pm eAD_h \frac{dp_n(x = W_B)}{dx} \\ &= \pm eAD_h \left[p_{n0} \left(\exp(eV_{EB}/kT) - 1 \right) \frac{-1}{L_h} \frac{\cosh(0)}{\sinh(W_B/L_h)} - p_{n0} \frac{1}{L_h} \frac{\cosh(W_B/L_h)}{\sinh(W_B/L_h)} \right] \end{aligned}$$

Como $p_{n0} = n_i^2/N_{d(B)}$ y el voltaje es directo y la recombinación en la base es pequeña obtenemos:

$$I_C \approx \frac{eAD_h n_i^2}{L_h N_{d(B)} \sinh(W_B/L_h)} \exp(eV_{EB}/kT)$$

La ganancia de corriente $\alpha = I_C/I_E$, se obtiene substituyendo simplemente:

$$\alpha = \operatorname{sech}(W_B/L_h)$$

Finalmente, asumiendo que la razón W_B/L_h es pequeña, y usando una expansión en serie de potencias para $\operatorname{sech}(\theta) \approx 1 - (1/2)\theta^2$, entonces:

$$\beta \approx 1/(1 - \alpha) \approx 2L_h^2/W_B^2$$

Como $L_h^2 = D_h \tau_h$ y $W_B^2 = 2D_h \tau_t$, encontramos finalmente:

$$\beta \approx \tau_h/\tau_t$$

2. $N_a \gg N_d$, podemos olvidar la componente de I de electrones del emisor por difusión (inyección de electrones de la base al emisor) y considerar sólo la difusión de agujeros. La corriente del emisor tiene dos componentes: difusión (Schockley) y recombinación:

$$\begin{aligned} \text{Difusión } I_{Es} &= I_{E(s0)} \exp(eV_{EB}/kT) \\ \text{Recombinación } I_{Er} &= I_{E(r0)} \exp(eV_{EB}/2kT) \end{aligned}$$

La eficiencia de inyección del emisor (γ) está dada por:

$$\gamma = \frac{I_{Es}}{I_{Es} + I_{Er}}$$

γ es menor que uno. Sólo I_{Es} es útil para la acción del transistor. Las ecuaciones anteriores asumían que $\gamma = 1$, es decir, la inyección total de agujeros gracias a la ley de juntura.

Cuando $\gamma < 1$, α y luego β se reducen. La nueva ganancia en corriente es $\alpha' = \gamma\alpha$. Ahora considerando γ :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{I_{E(r0)} \exp(-eV_{EB}/2kT)}{I_{E(s0)}}}$$

Típicamente $I_{E(r0)} \gg I_{E(s0)}$. Asumiendo un orden de magnitud para estos valores, digamos $I_{E(s0)} = 10^{-13}A$ y $I_{E(r0)} = 10^{11}A$ (es decir 100 veces más grande). Asumiendo una temperatura de 300 K, podemos encontrar el valor de γ para distintos voltajes:

$$\gamma = 0,9580 \text{ para } V_{EB} = 0,4V$$

$$\gamma = 0,9999 \text{ para } V_{EB} = 0,7V$$

Claramente γ es menor cuando el voltaje es menor. La inyección es más eficiente a voltajes EB más altos cuando la difusión domina sobre la recombinación. Cambiar el valor de $I_{E(s0)}$ pero manteniendo $I_{E(r0)} > I_{E(s0)}$ no cambia la conclusión anterior.

6.0.5. Problema 3

Considere un transistor de silicio *npn* bipolar con las propiedades indicadas en la tabla siguiente.

Ancho emisor	Dop. emisor	τ_h emisor	Ancho base	Dop. base	τ_e base	Dop. colector
$10 \mu m$	$2 \times 10^{18} cm^{-3}$	$10 ns$	$4 \mu m$	$1 \times 10^{16} cm^{-3}$	$400 ns$	$1 \times 10^{16} cm^{-3}$

Asuma dopaje uniforme en cada región. Los anchos del emisor y base se miden entre las junturas metálicas. El área transversal es $100 \mu m \times 100 \mu m$. El transistor está polarizado para operar en el modo activo normal. El voltaje base-emisor es directo e igual a $0,6 V$, y el voltaje inverso base-colector es $18 V$.

- Calcule el ancho de la zona de depleción que se extiende desde el colector a la base, y también de la zona de depleción que se extiende desde el emisor a la base. Cuál es el ancho de la zona neutral en la base?
- Calcule α y β para este transistor, asumiendo una eficiencia de inyección unitaria. Cómo cambian α y β con V_{CB} ?
- Cuál es la eficiencia de inyección del emisor y cuánto valen α y β , tomando en cuenta que esta eficiencia no es igual a uno?
- Calcule las corrientes de emisor, colector y base.

6.0.6. Solución

- La siguiente figura muestra el principio de operación del BJT npn. Con $V_{BC} \gg V_0$, la polarización inversa a través de la juntura base-colector es, $V_r = V_{BC} + V_0 \approx V_{BC}$. Además, el ancho de la zona de depleción W_{BC} en la juntura base-colector está dada por:

$$W_{BC} = \left(\frac{2\epsilon(N_a + N_d)V_{BC}}{eN_aN_d} \right)^{1/2}$$

$$W_{BC} = \left(\frac{2(8,854 \times 10^{-12} Fm^{-1})(11,9)(10^{22} + 10^{22} m^{-3})18 V}{1,602 \times 10^{-19} C 10^{22} m^{-3} 10^{22} m^{-3}} \right)^{1/2}$$

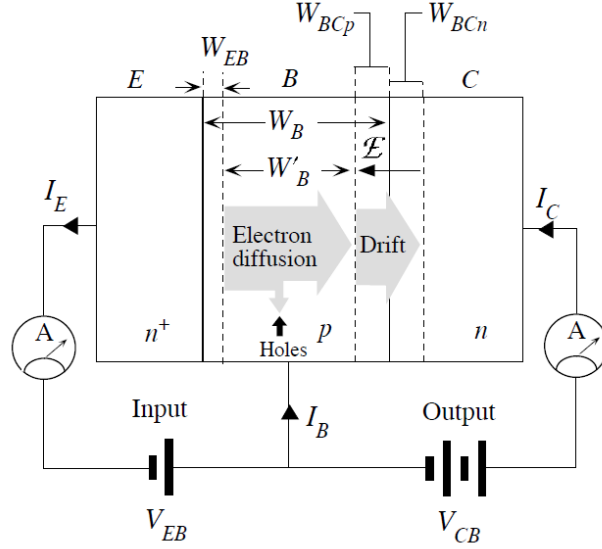
$$W_{BC} = 2,18 \times 10^{-6} m = 2,18 \mu m$$

Sólo una porción de W_{BC} está en la base. Supongamos que W_{BCp} y W_{BCn} son los anchos de la zona de depleción en la base y en el colector, respectivamente. Ya que la carga total en el lado *p* y *n* debe ser la misma:

$$N_a W_{BCp} = N_d W_{BCn}$$

y como $W_{BC} = W_{BCp} + W_{BCn}$, tenemos:

$$W_{BCp} = \frac{N_d}{N_a + N_d} W_{BC} = \frac{10^{16}}{10^{16} + 10^{16}} (2,17 \mu m) = 1,09 \mu m$$



Ya que $N_d(E) \gg N_a(B)$, el ancho de la zona de depleción W_{EB} está casi enteramente contenido en el lado p (base). Con un voltaje $V_{EB} = 0,6 V$ a través de la juntura emisor-base, se tiene:

$$W_{EB} = \left(\frac{2\epsilon(V_0 - V_{EB})}{eN_a} \right)^{1/2}$$

primero necesitamos calcular el voltaje V_0 interno entre el emisor y la base, dado por:

$$V_0 = \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{N_a N_d}{n_i^2} \right) = 0,02586 V \times \ln \left(\frac{2 \times 10^{18} \cdot 1 \times 10^{16}}{(1,5 \times 10^{10})^2} \right)$$

$$V_0 = 0,830 V$$

Luego:

$$W_{EB} = \left(\frac{2(8,854 \times 10^{-12} Fm^{-1})(11,9)(0,830 - 0,6)}{(1,602 \times 10^{-19} C)10^{22} m^{-3}} \right)^{1/2} = 0,174 \mu m$$

Notar que debido al voltaje directo en la juntura EB, W_{EB} es un orden de magnitud más pequeño que W_{BCp} . Finalmente, el ancho de la zona neutra en la base, W'_B , está dado por:

$$W'_B = W_B - W_{BCp} - W_{EB} = 4 \mu m - 1,09 \mu m - 0,174 \mu m = 2,74 \mu m$$

- La movilidad electrónica μ_e en la base está determinada por la concentración de aceptores. Para $N_a = 1 \times 10^{16} cm^{-3}$, $\mu_e = 1250 cm^2 V^{-1} s^{-1}$ y el coeficiente de difusión D_e a partir de la relación de Einstein es:

$$D_e = \frac{k_B T \mu_e}{e} = 3,23 \times 10^{-3} m^2 s^{-1}$$

El largo de difusión L_e en la base es:

$$L_e = \sqrt{D_e \tau_e} = \sqrt{3,23 \times 10^{-3} m^2 s^{-1} \cdot 400 \times 10^{-9} s} = 36 \mu m$$

Para calcular α , necesitamos el tiempo de tránsito a través de la base:

$$\tau_t = \frac{W_B'^2}{2D_e} = \frac{(2,74 \times 10^{-6} m)^2}{2(3,23 \times 10^{-3} m^2 s^{-1})} = 1,161 \times 10^{-9} s$$

Si asumimos una inyección $\gamma = 1$:

$$\alpha = 1 - \frac{\tau_t}{\tau_e} = 0,9971$$

La ganancia de corriente β es:

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = \frac{0,9971}{1 - 0,9971} = 343$$

- La movilidad de agujeros μ_h en el emisor está determinada por la concentración de donores. Para $N_d = 2 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$, $\mu_h \approx 100 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ y el coeficiente de difusión es:

$$D_h = \frac{k_B T \mu_h}{e} = (0,02586 \text{ V})(100 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}) = 2,59 \times 10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-1}$$

y el largo de difusión de los agujeros es:

$$L_h = \sqrt{D_h \tau_h} = 1,61 \text{ } \mu\text{m}$$

Notar que este largo es mucho menor que el ancho del emisor. La corriente a través del emisor está dada por la difusión de electrones en la base y la difusión de agujeros en el emisor:

$$I_E = I_{E_{electron}} + I_{E_{huecos}}$$

Para los electrones en la base (notar que $W_B/L_h \ll 1$):

$$I_{E_{electron}} = \frac{eAD_e n_i^2}{N_a W_B} e^{\frac{eV_{EB}}{k_B T}}$$

y para los agujeros en el emisor:

$$I_{E_{huecos}} = \frac{eAD_h n_i^2}{N_d L_h} e^{\frac{eV_{EB}}{k_B T}}$$

donde hemos usado L_h en vez de W_E , ya que $W_E \gg L_h$ (Ver ayudantía 8 en el cálculo de la corriente en una junta p-n). Substituyendo:

$$\frac{eAD_e n_i^2}{N_a W_B} = 4,267 \times 10^{-14} \text{ A}$$

$$\frac{eAD_h n_i^2}{N_d L_h} = 2,93 \times 10^{-17} \text{ A}$$

La eficiencia de inyección del emisor es la fracción de la corriente del emisor debida a portadores minoritarios inyectados a la base:

$$\gamma = \frac{I_{E_{electron}}}{I_{E_{electron}} + I_{E_{hueco}}} = \frac{4,267 \times 10^{-14}}{4,267 \times 10^{-14} + 2,93 \times 10^{-17}} = 0,99931$$

Las ganancias de corriente, tomando en cuenta la eficiencia de inyección, son:

$$\alpha = \gamma \left(1 - \frac{\tau_t}{\tau_e} \right) = 0,99641$$

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha} = 278$$

- Con $V_{EB} = 0,6 V$, tenemos:

$$I_E = (4,267 \times 10^{-14} + 2,94 \times 10^{-17}) e^{0,6 V/0,2586 V} = 5,13 \text{ times } 10^{-4} A = 0,513 mA$$

La corriente en el colector puede ser calculada como:

$$I_C = \alpha I_E = 0,99641 \times 0,513 mA = 0,511 mA$$

y la corriente a través de la base:

$$I_B = I_C/\beta = 0,511 mA/278 = 1,83 \times 10^{-3} mA = 1,83 \mu A$$