



Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería / Facultad de Física
IEE1133/FIZ1433 Materiales Eléctricos
Profesor: Roberto Rodríguez

Ayudantía 8: Juntura p-n.

Joaquín Arancibia: jiaranci@puc.cl
Fabián Cádiz: facadiz@puc.cl

1. Potencial electrostático en un semiconductor inhomogéneo.

En una juntura p-n, la concentración de donores N_D y de aceptores N_A en un material semiconductor dado varía según la dirección x de manera que uno pasa de una región tipo n (donde $N_D > N_A$) a una región tipo p ($N_A > N_D$). Se trata en consecuencia de un semiconductor inhomogéneo, las densidades de electrones n y de agujeros p varían necesariamente con la posición. Existe entonces una difusión de portadores y la aparición de una corriente de difusión que para los electrones y agujeros está dada por:

$$J_{d,e}(x) = eD_e \frac{\partial n}{\partial x}$$

$$J_{d,p}(x) = eD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

donde $D_e = \mu_e k_B T / e$ y $D_p = \mu_p k_B T / e$ constituyen las relaciones de Einstein. Al equilibrio termodinámico, sin campo eléctrico aplicado, la corriente electrónica total y la corriente de agujeros total deben anularse. Esto implica que existe una corriente de deriva igual y opuesta a la corriente de difusión. Para los electrones por ejemplo, se debe tener que:

$$J_e = ne\mu_e \vec{E} + eD_e \frac{\partial n}{\partial x} = 0$$

Aparece entonces un campo eléctrico que es necesariamente creado por una densidad de carga interna $\rho(x)$, lo que significa que la neutralidad eléctrica no puede ser satisfecha en todo el semiconductor. En este caso, aparece un potencial electrostático $\phi(x)$ tal que:

$$\vec{\nabla}^2 \phi(x) = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_0 \epsilon_r}$$

con:

$$\rho(x) = e(p(x) - n(x) + N_D^+(x) - N_A^-(x))$$

donde $N_D^+(x)$ y $N_A^-(x)$ son respectivamente las densidades de donores y de aceptores ionizados.

2. Juntura p-n al equilibrio termodinámico

Consideremos una juntura p-n abrupta, es decir un material semiconductor donde pasamos brutalmente en $x = 0$ desde una región tipo n dopada con N_D donores ($N_A = 0$) para $x > 0$ a una región tipo p dopada con N_A aceptores ($N_D = 0$) para $x < 0$ (figura 1).

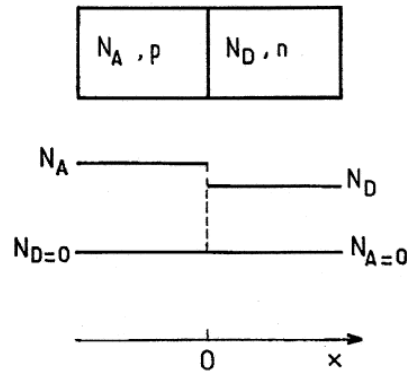


Figura 1: Perfil de dopaje en una juntura $p - n$ abrupta.

Si suponemos que esta juntura p-n se realiza al acercar un material de tipo n a un material de tipo p , partimos de una situación donde el nivel de Fermi E_F (notado μ en algunas ocasiones) es distinto en las regiones de tipo n y p . Esta situación está esquematizada en la figura 2 en el caso de régimen extrínseco ($n \sim N_D \gg n_i$ en la región n , $p \sim N_A \gg n_i$ en la región p).

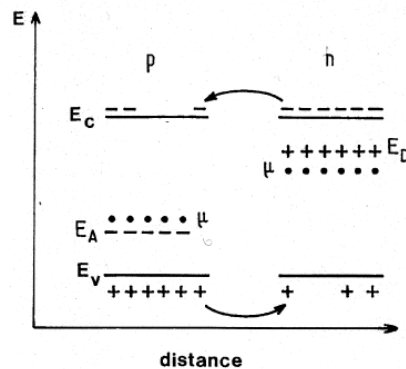


Figura 2: Niveles de energía en dos materiales de tipo n y p que son unidos para formar una juntura p-n.

Al equilibrio termodinámico, cuando la juntura $p - n$ es formada, se debe tener que el nivel de Fermi es constante en toda la estructura. Electrones pasarán del lado derecho (n) donde el nivel de Fermi es mayor hacia el lado izquierdo (p); similarmente los agujeros pasarán de izquierda a derecha. Este proceso terminará una vez que E_F sea el mismo a cada lado. Alternativamente, se puede decir que los electrones van a pasar por difusión del lado n hacia el lado p , y que los agujeros harán lo mismo en el otro sentido. Los electrones suplementarios en el lado p son portadores minoritarios en exceso en una región donde los portadores mayoritarios son agujeros. Estos electrones en exceso se van a recombinar con los agujeros, es decir, pasarán de la banda de conducción a la banda de valencia.

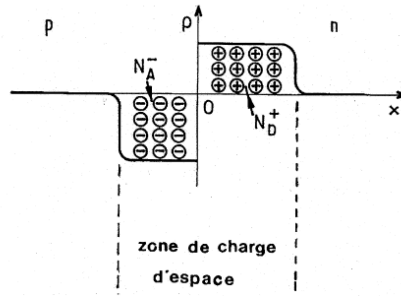


Figura 3: Densidad de carga resultante $\rho(x)$ en una juntura p-n

Al final de este proceso, existe en el lado n y en la vecindad de $x = 0$, una región donde la densidad de portadores libres es muy débil, y localmente la carga total no es nula, y está dada esencialmente por los donadores ionizados (en concentración $N_D^+ \approx N_D$), cuyos electrones correspondientes han desaparecido (Figura 3). La situación es evidentemente análoga en el lado p . En consecuencia, la neutralidad eléctrica no está asegurada en esta región que llamaremos zona de depleción (al igual que en la juntura Schottky). Este proceso termina ya que la carga en esta zona crea un campo eléctrico que se opone a la difusión de portadores: el equilibrio termodinámico es entonces alcanzado, el nivel de fermi E_F es constante en toda la estructura y la corriente total es nula. El potencial electrostático correspondiente $\phi(x)$ (que genera una barrera de potencial) está esquematizado en la figura 4.

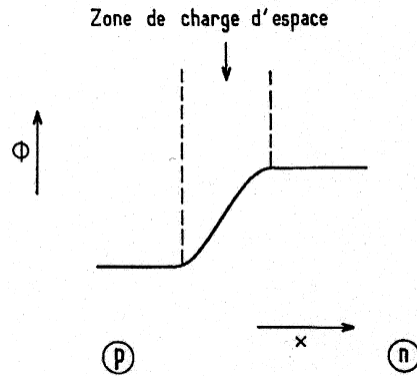


Figura 4: Potencial electrostático en una juntura p-n al equilibrio.

Vimos en la ayudantía anterior que si $\phi(x)$ varía lentamente, se puede mostrar que el mínimo de la banda de conducción E_c y el máximo de la banda de valencia E_v son desplazados por una cantidad igual a $-e\phi$. Este desplazamiento de las bandas de conducción y valencia se muestran en la figura 5.

3. Diferencia de potencial entre las regiones p y n

Si los potenciales electrostáticos en las regiones n y p lejos de la juntura son llamados V_n y V_p , definimos:

$$\phi = V_n - V_p$$

Se tiene (ver figura 5):

$$E_{c,p} - E_{c,n} = -e(V_p - V_n) = e\phi$$

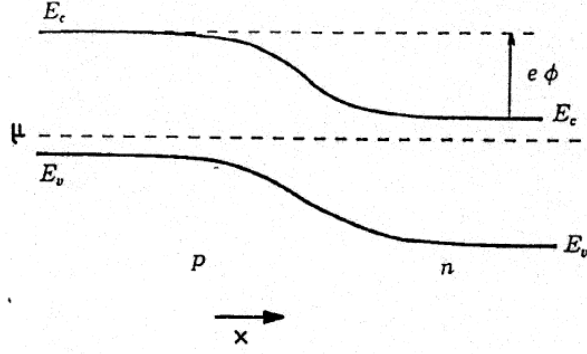


Figura 5: Perfil de bandas de conducción y de valencia en una juntura p-n al equilibrio

Por otro lado, llamamos n_p^0, p_p^0 a las concentraciones de electrones y de agujeros en el material p , y n_n^0, p_n^0 las concentraciones correspondientes en el material n , antes del contacto. Estas concentraciones están dadas por:

$$p_p^0 = N_A = N_v e^{-(E_{F,p} - E_{v,p})/k_B T} \quad (1)$$

$$n_p^0 = n_i^2 / p_p^0 = N_c e^{-(E_{c,p} - E_{F,p})/k_B T} \quad (2)$$

$$p_n^0 = n_i^2 / n_n^0 = N_v e^{-(E_{F,n} - E_{v,n})/k_B T} \quad (3)$$

$$n_n^0 = N_D = N_c e^{-(E_{c,n} - E_{F,n})/k_B T} \quad (4)$$

De esta forma, en la región p lejos de la zona de depleción, la concentración de electrones será:

$$n_p = N_c e^{-(E_{c,p} - E_F)/k_B T} = n_i^2 / p_p = N_c N_v e^{-E_g/k_B T} / N_A$$

y en la región n , lejos de la zona de depleción:

$$n_n = N_D = N_c e^{-(E_{c,n} - E_F)/k_B T}$$

dividiendo ambas concentraciones:

$$\frac{n_n}{n_p} = \frac{N_D N_A}{N_c N_v} e^{E_g/k_B T} = e^{(-E_{c,n} + E_{c,p})/k_B T} = e^{e\phi/k_B T}$$

Finalmente:

$$\phi = \frac{E_g}{e} + \frac{k_B T}{e} \ln \left(\frac{N_A N_D}{N_c N_v} \right) \quad (5)$$

En el silicio a temperatura ambiente, $E_g = 1,12 \text{ eV}$, $N_c \sim 3 \times 10^{25} \text{ m}^{-3}$, $N_v \sim 10^{25} \text{ m}^{-3}$, $k_B T/e = 0,025 \text{ V}$, si $N_A = 3 \times 10^{23} \text{ m}^{-3}$, $N_D = 10^{21} \text{ m}^{-3}$, se tendrá $\phi = 0,775 \text{ V}$.

4. Campo y potencial en la zona de depleción

Lejos de la juntura habrá neutralidad eléctrica entre cargas móviles y fijas. Al contrario, cerca de la juntura el nivel de Fermi estará lejos de las bandas. Es por esto que en la juntura, hay pocas cargas móviles. Además, la densidad de portadores varía exponencialmente con el potencial, esto quiere decir que si el potencial tiene la forma representada en la figura 6a, la densidad de carga estará dada por la curva dibujada en líneas continuas. Para simplificar el cálculo, en una buena aproximación consideraremos ρ como constante e igual a $-eN_A$ en la región p sobre una

distancia comprendida entre $-d_p$ y 0, e igual a $+eN_D$ entre 0 y d_n . Las longitudes d_p y d_n deben ser determinadas. Debemos entonces integrar las ecuaciones siguientes, que son muy simples:

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{dE}{dx} = \frac{-eN_A}{\epsilon_0\epsilon_r} \quad \text{para } -d_p \leq x \leq 0$$

$$-\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{dE}{dx} = \frac{+eN_D}{\epsilon_0\epsilon_r} \quad \text{para } 0 \leq x \leq d_n$$

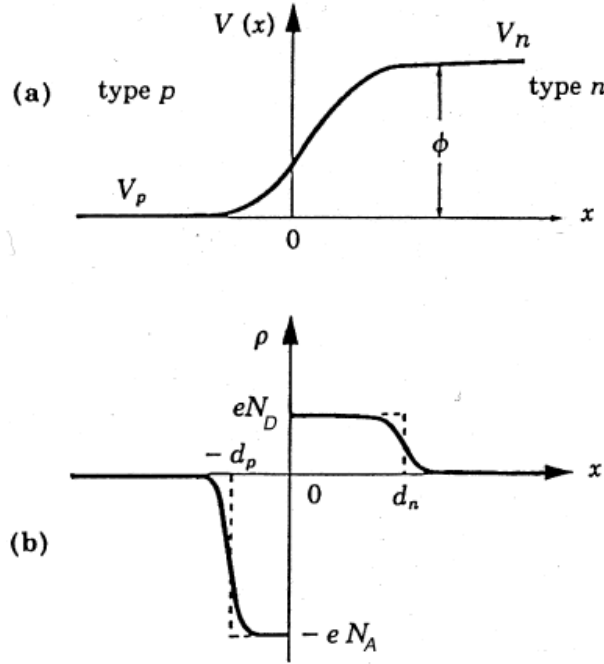


Figura 6: a) Variación del potencial electrostático a través de la juntura p-n al equilibrio. b) densidad de carga correspondiente. Las curvas serán aproximadas por las funciones rectangulares que se indican.

Se obtiene, notando que el campo eléctrico es nulo al equilibrio para $x = -d_p$ y $x = d_n$, ya que la corriente es nula en estos puntos:

$$E = -\frac{eN_A}{\epsilon_0\epsilon_r}(x + d_p) \quad \text{para } -d_p \leq x \leq 0$$

$$E = \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_r}(x - d_n) \quad \text{para } 0 \leq x \leq d_n$$

Para $x = 0$, la continuidad del campo eléctrico significa:

$$N_A d_p = N_D d_n$$

que no es otra cosa que la neutralidad eléctrica global del sistema. Una segunda integración entrega el potencial, que satisface $V = V_p$ para $x = -d_p$:

$$V(x) = \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_r}(x + d_p)^2 + V_p \quad \text{para } -d_p \leq x \leq 0$$

$$V(x) = \frac{eN_A}{2\epsilon_0\epsilon_r}d_p^2 - \frac{eN_D}{\epsilon_0\epsilon_r}\left(\frac{x^2}{2} - d_n x\right) + V_p \quad \text{para } 0 \leq x \leq d_n$$

Para $x = d_n$, se tiene $V = V_n$ y :

$$\phi = (V_n - V_p) = \frac{e}{2\epsilon_0\epsilon_r} (N_A d_p^2 + N_D d_n^2)$$

lo que permite, junto a la condición de neutralidad eléctrica, determinar d_p y d_n . El largo total de la zona de depleción es:

$$W = d_n + d_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_0\epsilon_r\phi}{e}} \sqrt{\frac{N_A + N_D}{N_A N_D}}$$

La forma del campo eléctrico se representa en la figura 7. Este campo repele a los electrones que vienen de la región n y los agujeros que vienen de la región p .

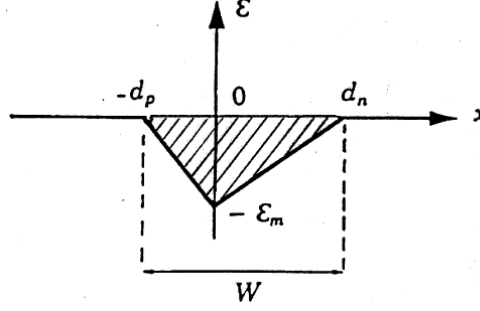


Figura 7: Variación del campo eléctrico en la juntura $p - n$ al equilibrio.

Si $\phi \sim 1$ V, $N_D, N_A \sim 10^{21} \text{ m}^{-3}$, $\epsilon_0\epsilon_r \sim 10^{-10} \text{ Fm}^{-1}$ se obtiene $W \sim 2 \mu\text{m}$. Si E_m es el valor máximo del módulo del campo:

$$E_m = \frac{eN_D d_n}{\epsilon_0\epsilon_r} = \frac{eN_A d_p}{\epsilon_0\epsilon_r}$$

y:

$$\phi = \frac{1}{2} E_m (d_n + d_p) = \frac{1}{2} E_m W$$

de esta forma, el campo eléctrico máximo es del orden de $\phi/W \sim 10^6 \text{ V/m}$

5. Corrientes en la juntura al equilibrio

La corriente total es nula ya que el nivel de Fermi es constante. Esto es cierto tanto para la corriente de electrones y para la corriente de agujeros de forma separada. Es interesante comprender cual es el mecanismo mediante el cual cada corriente se anula. En las zonas homogéneas donde la densidad de carga es nula, a izquierda y derecha de la zona de depleción, la corriente de cada tipo de portadores es nula ya que el campo eléctrico es nulo. Al contrario, en la zona de depleción reina un campo eléctrico muy fuerte. Si bien el número de portadores libres es muy pequeño en dicha zona, la corriente de deriva de cada tipo de portadores es grande, y la corriente se anula ya que se le opone una corriente de difusión igualmente grande. La corriente de difusión es grande ya que el gradiente de concentración es grande en esta región. Estimemos el orden de magnitud de estas corrientes. Para simplificar, consideremos una juntura simétrica. Luego para $x = 0$, el nivel de Fermi está exactamente a la mitad del gap de energía y las concentraciones son intrínsecas. La corriente de deriva $J = n_i e \mu E$ es, para el silicio ($n_i \sim 10^{16} \text{ m}^{-3}$, $\mu_e \sim 0,1 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$) con un campo eléctrico de 10^6 Vm^{-1} , un valor del orden de $0,1 \text{ Acm}^{-2}$. El razonamiento es válido también para los agujeros. Al centro de la zona de depleción existen corrientes muy grandes, la corriente de deriva y la corriente de difusión se cancelan exactamente.

6. La juntura fuera del equilibrio

Supongamos que aplicamos ahora una diferencia de potencial externa sobre el diodo. Se dice entonces que el diodo está polarizado, y definimos el potencial externo V_e es positivo si tiende a dejar el lado p positivo respecto al lado n , y entonces tiende a disminuir la barrera de potencial en la juntura entre la región n y p . El nivel de Fermi ya no será constante y una corriente va a circular, sin embargo la zona de depleción (ahora comprendida entre $-d'_p$ y d'_n) tiene una resistividad muy alta ya que es muy pobre en portadores libres. Se puede entonces suponer que toda la diferencia de potencial se produce en esta zona, cuyo largo será modificado por la presencia de un potencial exterior. Fuera de esta zona las regiones p y n serán consideradas como aproximadamente equipotenciales ya que su resistividad es muy débil.

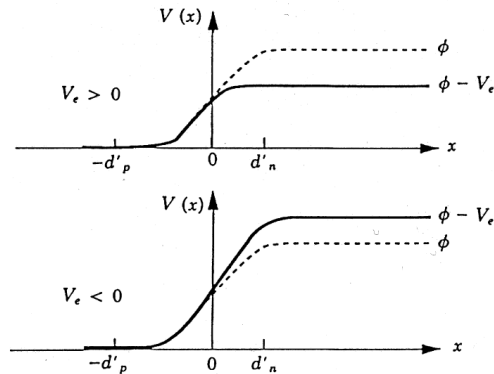


Figura 8: Perfil de potencial electrostático de la juntura para una tensión V_e aplicada positiva o negativa. Las curvas punteadas representan $V_e = 0$

Para comprender el funcionamiento de la juntura polarizada, es útil considerar el diagrama de energía en cada caso, como se muestra en las figuras 9a, 9b y 9c. Aplicar una diferencia de potencial a la juntura, es imponer que el nivel de Fermi sea diferente a izquierda y derecha. Esto se realiza por ejemplo al colocar sobre las extremidades del diodo dos contactos del mismo metal conectados a potenciales eléctricos diferentes. Fuera de la zona de depleción, las regiones p y n siguen siendo equipotenciales. Se tiene entonces:

$$E_{F,p} - E_{F,n} = -eV_n$$

La corriente que circula en el diodo p-n dependerá de la tensión exterior aplicada V_e . Como veremos a continuación, esta corriente es muy diferente en polarización directa ($V_e > 0$) y en polarización inversa ($V_e < 0$).

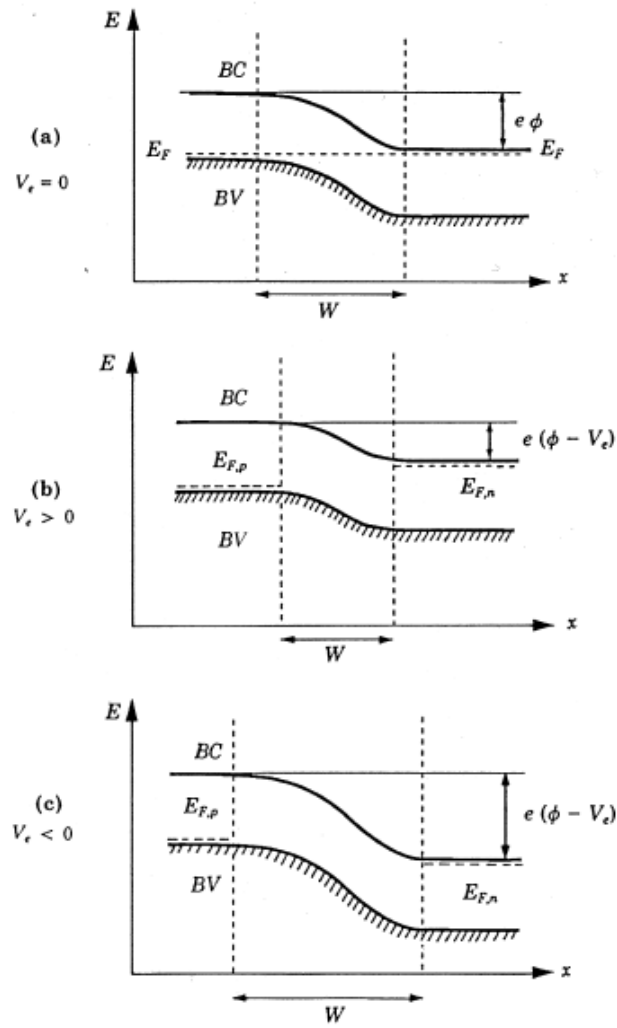


Figura 9: Comparación de perfiles de banda para una juntura p-n : (a) no polarizada, (b) polarizada en directo, (c) polarizada en inverso

7. Cálculo de la corriente

Hemos visto que en la zona de depleción coexisten dos corrientes muy grandes: la corriente de deriva y de difusión, que se oponen exactamente. Para calcular la corriente obtenida en presencia de un potencial exterior supondremos en primer lugar que la corriente resultante es débil en comparación a las corrientes de equilibrio. Luego, en la ecuación de corriente para los electrones (por ejemplo):

$$\vec{J}_e = ne\mu_e\vec{E} + eD_e\vec{\nabla}n$$

podemos despreciar \vec{J}_e frente a los dos términos que la constituyen y escribir:

$$ne\mu_e\vec{E} \sim -eD_e\vec{\nabla}n$$

lo que junto a la relación de Einstein $D_e = \mu_e k_B T / e$ entrega:

$$n(x) \sim \text{cte } e^{eV(x)/k_B T}$$

Esta última ecuación implica que para corrientes no muy grandes, los electrones están en equilibrio térmico en la zona de depleción. Luego, aplicando esta última ecuación a los puntos $-d'_p$ y d'_n :

$$\frac{n(x = -d'_p)}{n(x = +d'_n)} = e^{-e(\phi - V_e)/k_B T}$$

Pero la concentración de electrones para $x \geq d'_n$ es igual a N_D :

$$n(x = -d'_p) = N_D e^{-e(\phi - V_e)/k_B T}$$

Considerando que $n_p^0/n_n^0 = e^{-e\phi/k_B T}$:

$$n(x = -d'_p) = n_p^0 e^{eV_e/k_B T}$$

Esto demuestra que en presencia de un potencial exterior la concentración de portadores minoritarios se modifica en el límite de la zona de depleción. En $x = -d'_p$ se tendrá un exceso de electrones respecto al equilibrio dado por:

$$\Delta n(x = -d'_p) = n_p^0 (e^{eV_e/k_B T} - 1)$$

Dependiendo de si V_e es positivo o negativo la concentración de portadores minoritarios aumenta o disminuye. Se dice entonces que hay inyección o extracción de portadores minoritarios. Existirá entonces difusión y una corriente de difusión asociada.

7.1. Difusión de portadores minoritarios

Consideremos una región p donde los portadores minoritarios son los electrones. Si \vec{J}_e es la corriente electrónica total, en el lado p la concentración de electrones satisface:

$$\frac{\partial n_p}{\partial t} = g_n - \frac{n_p}{\tau_n} + \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_e$$

que no es más que la ecuación de continuidad para la densidad de electrones. La tasa de creación térmica g_n es igual a $\frac{n_p^0}{\tau_n}$, de forma que escribiendo $\Delta n_p = n_p - n_{p0}$

$$\frac{\partial \Delta n_p}{\partial t} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_e$$

Si además suponemos que la corriente está dominada por la difusión, $\vec{J}_e = eD_e\vec{\nabla}\Delta n$, luego:

$$\frac{\partial\Delta n_p}{\partial t} = -\frac{\Delta n_p}{\tau_n} + D_e\vec{\nabla}^2\Delta n_p$$

En régimen permanente:

$$\frac{\Delta n_p}{\tau_n} = D_e\vec{\nabla}^2\Delta n_p$$

definiendo el largo de difusión como $L_e = \sqrt{\tau_n D_e}$ obtenemos:

$$\Delta n_p - L_e^2 \frac{d^2}{dx^2} \Delta n_p = 0$$

las condiciones de borde son $\Delta n_p(x=0) = \Delta n_p(0)$ y $\Delta n_p(x \rightarrow \infty) = 0$. La solución es:

$$n_p(x) = n_{p0} + \Delta n_p(0)e^{-x/L_e}$$

Finalmente la corriente de difusión es:

$$J_e(x) = eD_e \frac{\partial\Delta n_p}{\partial x}$$

y en la superficie:

$$J_e(0) = e \frac{D_e}{L_e} \Delta n_p(0)$$

7.2. Corriente en juntura p-n

Para la juntura p-n con un potencial exterior V_e , en el límite de la región p ($x = -d'_p$) se crea una desviación en la concentración de electrones (portadores minoritarios) dada por:

$$\Delta n(x = -d'_p) = n_p^0 (e^{eV_e/k_B T} - 1)$$

y luego la corriente electrónica de difusión asociada es:

$$J_e = e\Delta n_p(x = -d'_p) \frac{D_e}{L_e} = en_p^0 \frac{D_e}{L_e} (e^{eV_e/k_B T} - 1)$$

de igual forma para los agujeros se obtiene en $x = d'_n$

$$J_t = ep_n^0 \frac{D_p}{L_p} (e^{eV_e/k_B T} - 1)$$

Si no hay recombinación en la zona de depleción estas dos corrientes son constantes en esta zona y se suman. La corriente total es entonces (Ecuación de Shockley):

$$\begin{aligned} J &= e \left(n_p^0 \frac{D_e}{L_e} + p_n^0 \frac{D_p}{L_p} \right) (e^{eV_e/k_B T} - 1) \\ &= J_s (e^{eV_e/k_B T} - 1) \end{aligned}$$

donde J_s es llamada corriente de saturación:

$$J_s = e \left(n_p^0 \frac{D_e}{L_e} + p_n^0 \frac{D_p}{L_p} \right) = en_i^2 \left(\frac{D_e}{L_e N_A} + \frac{D_p}{L_p N_D} \right)$$

A causa del factor n_i^2 , J_s varía rápidamente con la temperatura. Esta corriente es muy débil en comparación a las componentes de la corriente en el centro de la juntura. Tomando $N_A = N_D = 10^{21} \text{ m}^{-3}$ y $D/L \sim 5 \text{ ms}^{-1}$, obtenemos: $J_s \sim 10^{-11} \text{ Acm}^{-2}$ para un diodo de silicio, esto es seis ordenes de magnitud menor que la corriente de deriva al interior de la barrera.

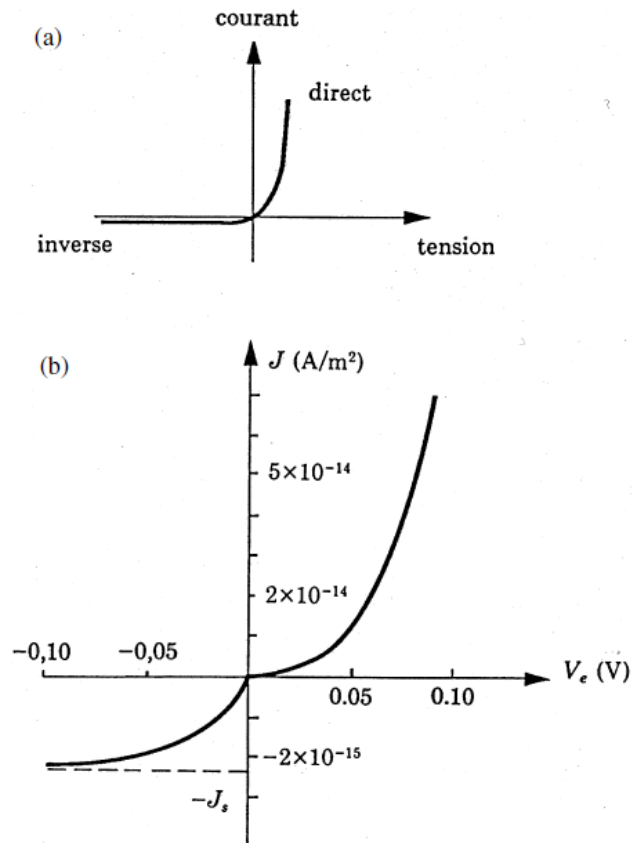


Figura 10: Característica corriente-tensión de una juntura p-n. (a) escala lineal ; (b) zoom de la región vecina al origen. La escala de densidades de corrientes se ha dilatado 10 veces en el sentido inverso

8. Efectos no ideales

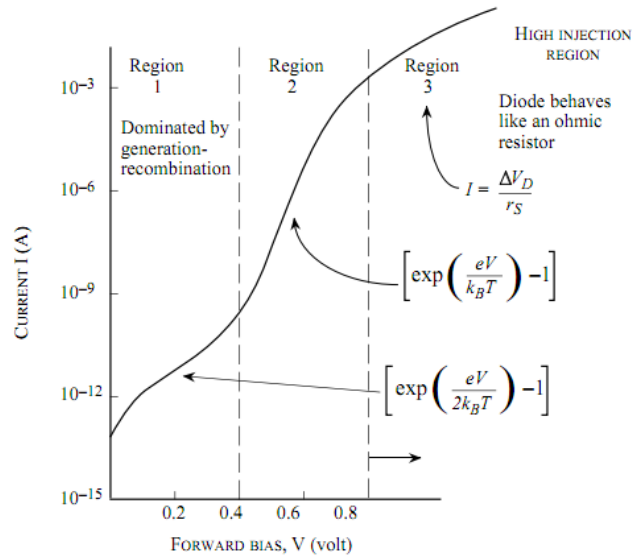
Efectos de recombinación y generación de portadores en la zona de depleción generan un flujo de corriente (llamada corriente de recombinación) que tiene la forma:

$$I_R = I_R^0 (e^{eV_e/2k_B T} - 1)$$

donde:

$$I_R^0 = \frac{AeWn_i}{2\tau_r}$$

con A el área transversal del diodo, W el ancho de la zona de depleción, y τ_r el tiempo de recombinación. La siguiente figura muestra la corriente total en un diodo p-n:



9. Postulados de la mecánica cuántica

Resumen

1. La descripción del estado de una partícula en el espacio se logra por una función de onda $\psi(\vec{x}, t)$ donde su módulo cuadrado da la densidad de probabilidad de presencia en el punto \vec{x} al instante t .
2. La evolución en el tiempo de la función de onda de una partícula colocada en un potencial $V(r)$ se obtiene a partir de la ecuación de Schrödinger:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\vec{x}, t) = \hat{H} \psi(\vec{x}, t)$$

donde el observable energía \hat{H} , o hamiltoniano del sistema, es:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 + V(r)$$

3. Para un sistema aislado en un potencial independiente del tiempo, los estados estacionarios son los estados propios de la energía, con una función de onda de la forma:

$$\psi(\vec{x}, t) = \psi_\alpha(\vec{x}) e^{-iE_\alpha t/\hbar}$$

donde ψ_α es una solución normada ($\int_{\mathbb{R}^3} d^3x |\psi_\alpha|^2 = 1$) de la ecuación de Schrödinger independiente del tiempo:

$$\hat{H} \psi_\alpha(\vec{x}) = E_\alpha \psi_\alpha(\vec{x})$$

La evolución en el tiempo de toda función de onda $\psi(\vec{x}, t)$ se escribe inmediatamente una vez conocidas las soluciones estacionarias:

$$\psi(\vec{x}, t) = \sum_{\alpha} C_{\alpha} e^{-iE_{\alpha} t/\hbar} \psi_{\alpha}(\vec{x}), \quad \text{con} \quad C_{\alpha} = \int_{\mathbb{R}^3} d^3x \psi_{\alpha}^*(\vec{x}) \psi(\vec{x}, t=0)$$

4. El problema de un electrón en un potencial periódico posee como soluciones estacionarias a las funciones de Bloch:

$$\psi_{n,\vec{k}}(\vec{x}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{x}) e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}}$$

donde $u_{n,\vec{k}}(\vec{x})$ tiene la misma periodicidad que el potencial. Para n fijo, al variar \vec{k} se obtiene una función cuasi-contínua $E_n(\vec{k})$, que constituye la n -ésima banda de energía. El espectro entonces está constituido por bandas de energía permitidas y prohibidas para el electrón. Esto determina las propiedades de conducción eléctrica de un cristal.

10. Estadística de los electrones: función de Fermi-Dirac

Se muestra en física estadística que la probabilidad para que un estado de energía E sea ocupado por un electrón (fermión) está dada por la función de Fermi-Dirac $f(E)$:

$$f(E) = \frac{1}{1 + e^{\beta(E-\mu)}}$$

donde $\beta = 1/k_B T$ y μ es el potencial químico (también llamado e_F). La forma de $f(E)$ se muestra en la figura siguiente:

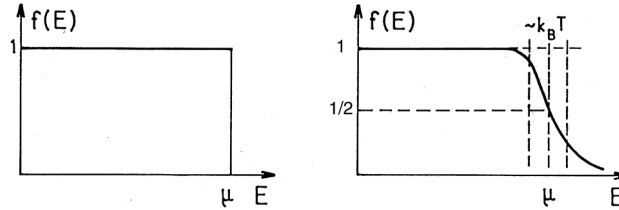


Figura 11: Variación de $f(E)$ para $T = 0$ y $T \neq 0$

El potencial químico es la variación de la energía libre de un sistema cuando se introduce una partícula suplementaria a una temperatura dada. Si dos sistemas pueden intercambiar partículas de la misma naturaleza, al equilibrio termodinámico el potencial químico es idéntico para los dos sistemas. El sistema cuyo potencial químico es mayor cede partículas al otro hasta que se igualan los potenciales químicos. Si se tiene un sistema de partículas sin masa, $\mu = 0$.

11. Densidad de estados

Se define $D(E)$ de forma que $D(E)dE$ es el número de estados cuánticos permitidos en un rango de energía entre E y $E + dE$. Para una partícula con relación de dispersión $E(\vec{k}) = \frac{\hbar^2}{2m} \vec{k}^2$, y considerando la degeneración de spin, se tiene:

$$D(E) = \frac{V\sqrt{2}m^{3/2}}{\pi^2\hbar^3} \sqrt{E} \quad 3D$$

$$D(E) = \frac{4\pi\Omega m}{h^2} \quad 2D$$

12. Constantes y propiedades eléctricas de distintos materiales.

Resistividad en ohm-metros, medidos a 1 atm y a 20° C:

Material	Resistividad	Material	Resistividad
<i>Conductor</i>		<i>Semi-Conductores</i>	
Plata	$1,59 \times 10^{-8}$	Agua Salada	$4,4 \times 10^{-2}$
Cobre	$1,68 \times 10^{-8}$	Germanio	$4,6 \times 10^{-1}$
Oro	$2,21 \times 10^{-8}$	Diamante	2,7
Aluminio	$2,65 \times 10^{-8}$	Silicio	$2,5 \times 10^3$
Hierro	$9,61 \times 10^{-8}$	<i>Aislantes</i>	
Mercurio	$9,58 \times 10^{-7}$	Agua pura	$2,5 \times 10^5$
Nicromo	$1,00 \times 10^{-6}$	Madera	$10^8 - 10^{11}$
Manganeso	$1,44 \times 10^{-6}$	Vidrio	$10^{10} - 10^{14}$
Grafito	$1,4 \times 10^{-5}$	Cuarzo	$\sim 10^{16}$

Susceptibilidades magnéticas a 1 atm y 20°C:

Material	Susceptibilidad	Material	Susceptibilidad
<i>Diamagnetico</i>		<i>Paramagnetico</i>	
Bismuto	$-1,6 \times 10^{-4}$	Oxígeno	$1,9 \times 10^{-6}$
Oro	$-3,4 \times 10^{-5}$	Sodio	$8,5 \times 10^{-6}$
Plata	$-2,4 \times 10^{-5}$	Aluminio	$2,1 \times 10^{-5}$
Cobre	$-9,7 \times 10^{-6}$	Tungsteno	$7,8 \times 10^{-5}$
Agua	$-9,0 \times 10^{-6}$	Platinio	$2,8 \times 10^{-4}$
CO ₂	$-1,2 \times 10^{-8}$	Oxígeno líquido (-200 °C)	$3,9 \times 10^{-3}$
Hidrógeno	$-2,2 \times 10^{-9}$	Gadolinio	$4,8 \times 10^{-1}$

Constantes dieléctricas, a 1 atm y 20 °C:

Material	Constante Dieléctrica	Material	Constante Dieléctrica
Vacío	1	Benceno	2,28
Helio	1,000065	Diamante	5,7
Neon	1,00013	Sal	5,9
Hidrógeno	1,00025	Silicio	11,8
Argón	1,00052	Metanol	33
Aire(seco)	1,00054	Agua	80,1
Nitrógeno	1,00055	Hielo(30°C)	99
Vapor de agua (100°C)	1,00587	KTaNbO ₃	34 000

Gaps de diferentes semiconductores a 300 K.

Cristal	E_g (eV)	Cristal	E_g (eV)
Diamante	5,33	PbS	0,34
Si	1,12 (1,17 a 4 K)	PbSe	0,27
Ge	0,67	PbTe	0,30
InSb	0,23	CdS	2,42
InAs	0,33	CdSe	1,74
InP	1,25	CdTe	1,8
GaAs	1,43 (1,52 a 4 K)	ZnO	3,2
AlSb	1,6	ZnS	3,6
GaP	2,25	ZnSe	2,60
SiC	3	AgCl	3,2
Te	0,33	AgI	2,8
ZnSb	0,56	Cu_2O	2,1
GaSb	0,78	TiO_2	3

Masas efectivas de algunos semiconductores.

	m_c	$m_{c,L}$	$m_{c,T}$	$m_{v,l}$	$m_{v,L}$
GaAs	$0,07 m_0$	-	-	$0,082 m_0$	$0,5 m_0$
Si	-	m_0	$0,2 m_0$	$0,16 m_0$	$0,49 m_0$

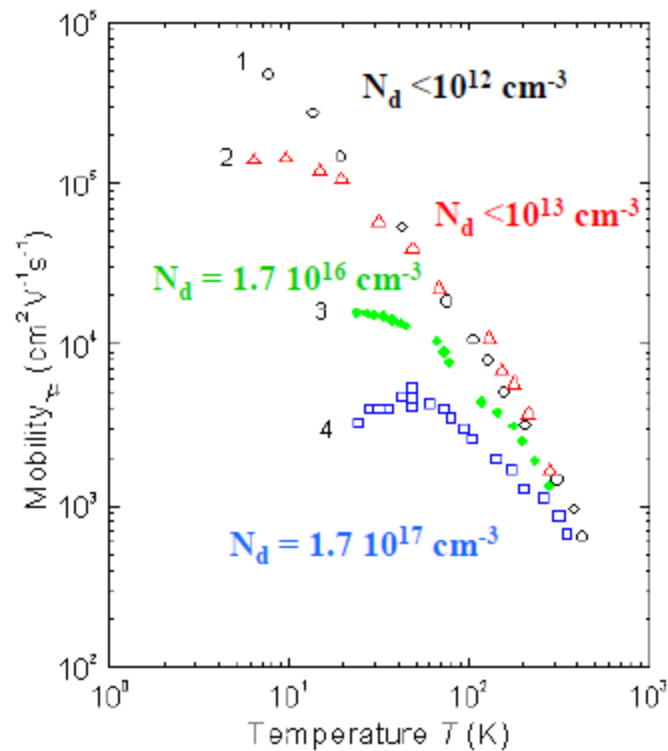


Figura 12: Movilidad en el Si en función de T.

Función de trabajo para distintos metales.

Metal	$e\phi_m$ (eV)
Plata	4,26
Aluminio	4,28
Cobre	4,7
Oro	5,1
Níquel	5,15

Afinidad electrónica para semiconductores.

Semiconductor	$e\chi$ (eV)
AlAs	3,5
Si	4,01
GaAs	4,07
Ge	4,13

13. Algunas unidades y constantes fundamentales

Unidades	
Ångstrom	$1\text{Å} = 10^{-10}m$ (\sim tamaño de un átomo)
Fermi	$1fm = 10^{-15}m$ (\sim tamaño de un núcleo)
ElectronVolt	$1eV = 1,60218 \cdot 10^{-19}J$
Constantes Fundamentales	
Constante de Planck	$h = 6,6261 \cdot 10^{-34}Js$
Cte. Planck h-barra	$\hbar = h/2\pi = 1,054 \cdot 10^{-34}Js$
Velocidad de la luz	$c = 299\,792\,458\,m/s$
Permeabilidad del vacío	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ y $\epsilon_0\mu_0c^2 = 1$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23}JK^{-1}$
Número de Avogadro	$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}$
Carga del electrón	$q_e = -1,602 \cdot 10^{-19}C$
Masa del electrón	$m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31}kg$
Masa del protón	$m_p = 1,672 \cdot 10^{-27}kg$

13.0.1. Problema 1

1. Considere una juntura pn^+ de Si, que tiene 10^{15} aceptores en el lado p y 10^{19} «donores» en el lado n. El tiempo de recombinación de los portadores minoritarios es $\tau_e = 490 \text{ ns}$ para los electrones en el lado p, y $\tau_h = 2,5 \text{ ns}$ para los agujeros en el lado n. El área transversal es 1 mm^2 . Asumiendo un diodo largo, calcule la corriente I a través del diodo a temperatura ambiente, cuando el voltaje V aplicado es de 0,6 V. ¿Cuál es el valor de V/I y de la resistencia diferencial r_d del diodo y por qué son distintos?

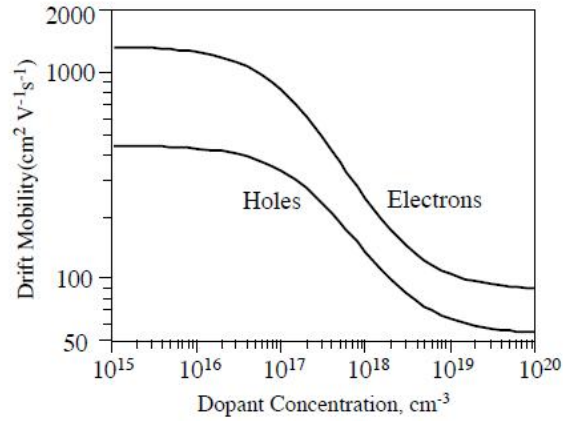


Figura 13: Coeficiente de movilidad vs concentración de dopante

13.0.2. Solución

1. Consideremos la temperatura de 300 K, así usaremos como «voltaje térmico»: $k_B T/e = 0,025 \text{ V}$.

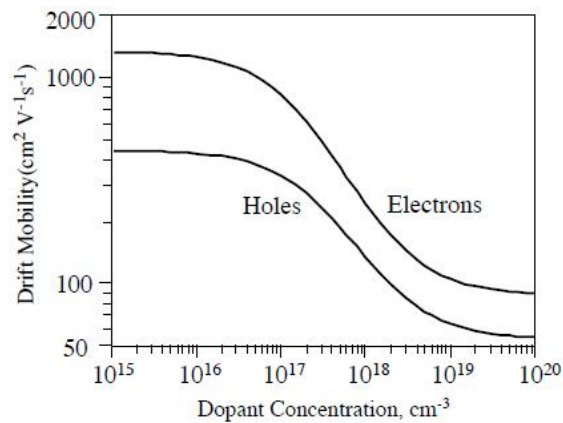


Figura 14: Coeficiente de movilidad vs concentración de dopante

La expresión general para el largo de difusión es $L = \sqrt{D\tau}$. Donde D es el coeficiente de difusión y τ la vida media del portador.

D está relacionado con la movilidad del portador μ según $D/\mu = k_B T/e$. Por lo tanto, se requiere conocer μ para encontrar D y L.

Los electrones se difunden en la zona p, y los hoyos en la zona n, por lo que requerimos μ_e en presencia de N_a aceptores y μ_h en la presencia de N_d «donores».

Del gráfico anterior podemos encontrar los valores de las movilidades para los valores de donores y aceptores entregadas en el enunciado: $\mu_e \approx 1350 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ y $\mu_h \approx 65 \text{ cm}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$.

Así el coeficiente de difusión será:

$$D_e = k_B T \mu_e / e \approx 34,91 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$$

$$D_h = k_B T \mu_h / e \approx 1,681 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$$

La longitud de difusión es entonces:

$$L_e = \sqrt{D_e \tau_e} \approx 4,14 \times 10^{-3} \text{ cm}$$

$$L_h = \sqrt{D_h \tau_h} / e \approx 6,48 \times 10^{-5} \text{ cm}$$

Para calcular la corriente «forward» con $V = 0,6 \text{ V}$ debemos evaluar ambas componentes: la difusión y la recombinación. Es probable que la componente difusiva exceda la de recombinación con este voltaje directo.

Asumiendo que la corriente directa es debido a la difusión de portadores en zonas neutras:

$$I = I_{so}(\exp(eV/k_B T) - 1) \approx I_{so} \exp(eV/k_B T)$$

Donde

$$I_{so} = A J_{so} = A e n_i^2 [D_h / L_h N_d + D_e / L_e N_a] \approx A e n_i^2 D_e / L_e N_d$$

Ya que $N_d \gg N_a$. En otras palabras, la corriente es en mayor parte, debida a la difusión de electrones en la zona p. Usando el valor $n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$.

$$I_{soe} = 2,840 \times 10^{-12} \text{ A}$$

$$I_{soh} = 8,738 \times 10^{-16} \text{ A}$$

Lo que confirma lo esperado $I_{soe} \gg I_{soh}$, por lo tanto $I = I_{soe}$.

La corriente directa será entonces:

$$I = I_{so} [\exp(eV/k_B T)] \approx 0,0339 \text{ A}$$

y por otro lado:

$$R = V/I = 17,7 \Omega$$

Notar que esta no es la verdadera resistencia, sino que V/I en el caso de un aparato no-lineal.

La resistencia diferencial del diodo será:

$$r_d = \frac{dV}{dI} = (kT/e)/I = 0,763 \Omega$$

Esta definición es más apropiada en un mecanismo no-lineal.

13.0.3. Problema 2

Considere un largo diodo de juntura pn, con dopaje de aceptores $N_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$ en el lado p y «donores» N_d en el lado n. Al diodo se le aplica un voltaje directo de 0,6 V, su sección transversal es de 1 mm^2 . El tiempo de recombinación de portadores minoritarios τ depende de la concentración de dopante $N_{dopante}(\text{cm}^{-3})$ a través de la relación aproximada siguiente:

$$\tau = \frac{5 \times 10^{-7}}{1 + 2 \times 10^{-17} N_{dop}}$$

1. Suponga que $N_d = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$. Luego la zona de depleción se extiende, esencialmente, en el lado n y debemos considerar el tiempo de recombinación τ_h en esta región. Calcule las contribuciones de difusión y de recombinación a la corriente total del diodo. Concluya
2. Suponga que $N_d = N_a = 10^{18} \text{ cm}^{-3}$. Luego W se extiende igualmente en ambos lados, y más aún, $\tau_e = \tau_h$. Repita el cálculo anterior.

13.0.4. Solución

1. este es un diodo p^+n . Con esta concentración N_d y la relación del enunciado obtenemos un tiempo τ_h en el lado n:

$$\tau_h = 490,2 \text{ ns}$$

De la misma manera, para el lado p obtenemos que $\tau_e = 21,81 \text{ ns}$.

De la misma figura del problema anterior podemos encontrar las movilidades: $\mu_e = 250 \text{ cm}^{-2}\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$ y $\mu_h = 450 \text{ cm}^{-2}\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$. Así:

$$D_e = k_B T \mu_e / e \approx 6,464 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

$$D_h \approx 11,64 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$$

Y las longitudes de difusión:

$$L_e = \sqrt{D_e \tau_e} = 3,923 \text{ } \mu\text{m}$$

$$L_h = \sqrt{D_h \tau_h} = 23,89 \text{ } \mu\text{m}$$

Así, la componente difusiva de la corriente será:

$$I = I_{diff} = I_{so} [\exp(eV/k_B T) - 1] \approx I_{so} \exp(eV/k_B T)$$

$$I_{so} = A J_{so} = A e n_i^2 [D_h/L_h N_d + D_e/L_e N_a] \approx A e n_i^2 D_h / (L_h N_h)$$

Ya que $N_a \gg N_d$. En otras palabras, la corriente es debida a la difusión de agujeros en la región n. De esta forma:

$$I_{so} = 1,641 \text{ pA}$$

Luego la corriente debida a la difusión será:

$$I_{diff} = I_{so} \exp(eV/k_B T) = 0,0196 \text{ A}$$

Ahora bien, la componente de recombinación requiere el cálculo de varias cantidades previas. El potencial intrínseco, con $n_i = 1,45 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$:

$$V_0 = (k_B T / e) \ln(N_d N_a / n_i^2) = 0,7549 \text{ V}$$

El ancho W de la zona de depleción estará principalmente en el lado n , considere que $\epsilon_r = 11,9$:

$$W = \left[\frac{2\epsilon(N_a + N_d)(V_0 - V)}{eN_aN_d} \right]^{1/2} \approx \left[\frac{2\epsilon(V_0 - V)}{eN_d} \right]^{1/2}$$

$$W = 0,451 \times 10^{-6} m$$

El tiempo de recombinación τ_r no es necesariamente τ_h , asumamos que es así.

En este caso:

$$I_{r0} = \frac{AeWn_i}{2\tau_r}$$

$$I_{r0} = 1,07 \times 10^{-9} A$$

La corriente directa debida a la recombinación es:

$$I_{recom} = I_{r0} \exp(eV/2k_bT) = 1,17 \times 10^{-4} A$$

Claramente la componente difusiva domina sobre la de recombinación

2. Este caso es un diodo pn simétrico. $N_d = N_a = 10^{18} cm^{-3}$. El tiempo de vida medio de los agujeros en el lado n es:

$$\tau_h = \tau_e = 23,81 \times 10^{-9} s$$

Para la componente difusiva: usamos como valores $\mu_e = 250$ y $\mu_h = 130$.

$$D_e = k_B T \mu_e / e \approx 6,465 cm^{-2} s^{-1}$$

$$D_h = k_B T \mu_h / e \approx 3,362 cm^{-2} s^{-1}$$

Y las longitudes de difusión son:

$$L_e = \sqrt{D_e \tau_e} = 3,923 \mu m$$

$$L_h = \sqrt{D_h \tau_h} = 2,829 \mu m$$

$$I = I_{diff} = I_{so} [\exp(eV/k_B T) - 1] \approx I_{so} \exp(eV/k_B T)$$

$$I_{so} = A J_{so} = A e n_i^2 [D_h / L_h N_d + D_e / L_e N_a]$$

$$I_{so} = 9,554 \times 10^{-15} A$$

Así la corriente directa debida a la difusión será:

$$I_{diff} = 1,14 \times 10^{-4} A$$

Para la componente de recombinación:

$$V_0 = (k_B T / e) \ln(N_d N_a / n_i^2) = 0,9335 V$$

La región de depleción es simétrica en torno a la juntura ya que $N_a = N_d$:

$$W = \left[\frac{2\epsilon(N_a + N_d)(V_0 - V)}{eN_aN_d} \right]^{1/2}$$

$$W = 2,962 \times 10^{-8} m$$

El tiempo de recombinación τ_r no es necesariamente τ_h pero asumamos que así es, en este caso entonces:

$$I_{r0} = \frac{AeWn_i}{2\tau_r}$$

$$I_{r0} = 1,457 \times 10^{-9} A$$

La corriente directa debida a la recombinación es:

$$I_{recom} = I_{r0} \exp(eV/2k_bT) = 1,59 \times 10^{-4} A$$

Vemos que en este caso la componente de recombinación domina sobre la difusiva

13.0.5. Problema 3

- Considere la corriente en reversa de una juntura p-n. Muestre que:

$$\frac{\delta I_{rev}}{I_{rev}} \approx \left(\frac{E_g}{\eta k_B T} \right) \frac{\delta T}{T}$$

donde $\eta = 2$ para Si y GaAs, donde generación térmica en la zona de depleción domina la corriente en reversa, y $\eta = 1$ para Ge, en el cual la corriente de reversa se debe a la difusión de portadores minoritarios en la zona de depleción. Se asume $E_g \gg k_B T$ a temperatura ambiente. Ordene los semiconductores Ge, Si, y GaAs en acorde a la sensibilidad de la corriente de reversa a la temperatura.

- Considere un diodo pn en polarización directa que lleva una corriente constante I . Muestre que el cambio en el voltaje a través de la juntura por unidad de cambio en la temperatura está dado por:

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{V_g - V}{T}$$

donde $V_g = E_g/e$ es el gap expresado en volts. Calcule los valores típicos de dV/dT para *Ge*, *Si* y *GaAs* asumiendo que, típicamente $V = 0,2 V$ para Ge, $0,6 V$ para Si, y $0,9 V$ para GaAs. Cuál es su conclusión? Se puede asumir que, típicamente, $dV/dT \approx -2m V C^{-1}$ para estos diodos?

13.0.6. Solución

- La corriente en reversa total es la suma de la corriente de difusión y la corriente de recombinación:

$$I_{rev} = A \left(\frac{eD_p}{L_p N_D} + \frac{eD_e}{L_e N_A} \right) n_i^2 + \frac{eAWn_i}{\tau_g}$$

despreciando la dependencia en temperatura de todos los parámetros excepto n_i (que depende exponencialmente con T), se tiene:

$$I_{rev} = B_1 n_i^2 + B_2 n_i$$

donde B_1 y B_2 son constantes. La concentración intrínseca está dada por:

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} e^{-E_g/2k_B T}$$

de forma que podemos escribir:

$$I_{rev} = C_1 e^{-E_g/k_B T} + C_2 e^{-E_g/2k_B T}$$

con C_1 y C_2 constantes. Los dos términos exponenciales en el lado derecho pueden combinarse en una sola expresión:

$$I_{rev} = C e^{-E_g/\eta k_B T}$$

donde η puede ser 1 o 2 dependiendo de si la difusión o la recombinación dominan la corriente en polarización inversa. Derivando respecto a la temperatura:

$$\frac{dI_{rev}}{dT} = \frac{d}{dT} C e^{-E_g/\eta k_B T} = \left(\frac{E_g}{\eta k_B T^2} \right) C e^{-E_g/\eta k_B T}$$

$$\frac{dI_{rev}}{dT} = \left(\frac{E_g}{\eta k_B T^2} \right) I_{rev}$$

es decir:

$$\frac{\delta I_{rev}}{I_{rev}} = \left(\frac{E_g}{\eta k_B T} \right) \frac{\delta T}{T}$$

esto es el cambio fraccional en la corriente ($\delta I/I$) de reversa debido al cambio fraccional en temperatura ($\delta T/T$). La razón E_g/η es 0,66 para Ge, 0,55 para Si y 0,71 para GaAs. Luego el cambio fraccional en I_{rev} para Ge y GaAs es ligeramente mayor que para el Si.

- Si $V \gg k_B T$, la corriente en polarización directa es:

$$I = A \left(\frac{eD_p}{L_p N_D} + \frac{eD_e}{L_e N_A} \right) n_i^2 e^{eV/k_B T} + \left(\frac{eAW}{2\tau_r} \right) n_i e^{eV/2k_B T}$$

definiendo $V_g = E_g/e$:

$$n_i^2 = N_c N_v e^{-eV_g/k_B T}$$

luego:

$$I = I_1 e^{e(V-V_g)/k_B T} + I_2 e^{e(V-V_g)/2k_B T}$$

que puede ser escrito:

$$I = I_1 e^{e(V-V_g)/\eta k_B T}$$

donde η puede ser 1 o 2 dependiendo de cual corriente domina. Ya que I es constante, el término en la exponencial es constante también:

$$e(V - V_g)/\eta k_B T = \text{cte}$$

$$\frac{V - V_g}{T} = \text{cte}$$

derivando a ambos lados:

$$-\frac{(V - V_g)}{T^2} + \frac{1}{T} \frac{dV}{dT} = 0$$

rearrreglando:

$$\frac{dV}{dT} = -\frac{V_g - V}{T}$$

Evaluando:

$$dV/dT = -\frac{0,66 V - 0,2V}{300 K} = -0,00153 V/K \quad Ge$$

$$dV/dT = -\frac{1,10 V - 0,6V}{300 K} = -0,00167 V/K \quad Si$$

$$dV/dT = -\frac{1,42 V - 0,9V}{300 K} = -0,00173 V/K \quad Ge$$

Esto muestra que la tasa de cambio del voltaje con la temperatura es muy similar para los tres semiconductores. Podemos entonces asumir el valor típico $-2 mV/C$ o $-2 mV/K$