



Pontificia Universidad Católica de Chile  
Escuela de Ingeniería / Facultad de Física  
IEE1133/FIZ1433 Materiales Eléctricos  
Profesor: Roberto Rodríguez

## Ayudantía 10: Superconductores

Joaquín Arancibia: jiaranci@puc.cl  
Fabián Cádiz: facadiz@puc.cl

### 1. Superconductores

Un superconductor es un material que presenta una «*fase superconductora*» para una temperatura inferior a una «temperatura crítica  $T_c$ » y un campo magnético inferior al «campo crítico  $B_c$ ». Es un estado particular de los electrones: todos comparten la misma función de onda. A la escala macroscópica, este estado se caracteriza por la desaparición completa de la resistencia eléctrica y por la expulsión del campo magnético del interior del material, este efecto es conocido bajo el nombre de «*Efecto Meissner*» y es la propiedad que diferencia a un superconductor del concepto idealizado de «conductor perfecto». De esta manera el campo magnético sólo penetra en una región de espesor pequeño  $\lambda$ . En esta zona se crean corrientes que protegen al resto del material del campo magnético, tal como en un conductor las cargas se acomodan para anular el campo eléctrico en el interior (en electrostática).

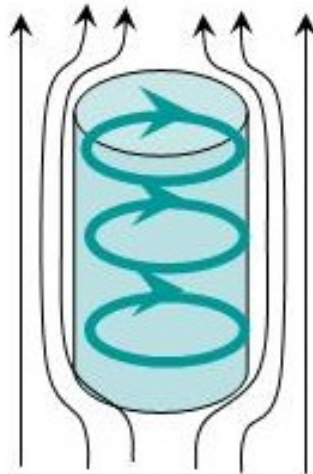


Figura 1: Expulsión del campo magnético

#### 1.1. Tipos de Superconductores

Según la transición de fase que se produzca en el material podemos clasificar los superconductores en dos tipos: I y II.

### 1.1.1. Superconductores de tipo I

En este caso, la transición se realiza de forma abrupta, una vez alcanzada la temperatura crítica, la resistencia cae a cero inmediatamente y el campo magnético es completamente expulsado del material.

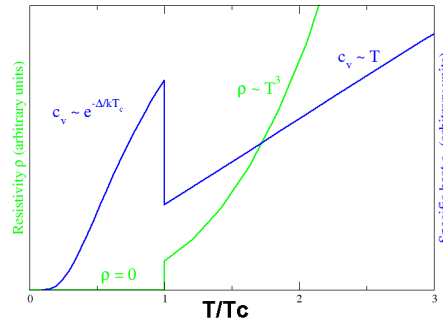


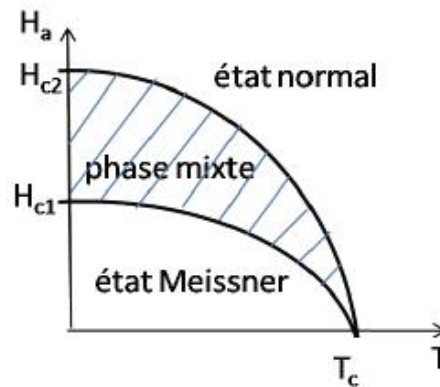
Figura 2: Resistividad de un SC de tipo I

Dependiendo de la geometría de la muestra y las condiciones térmicas y magnéticas aplicadas es posible obtener estados mixtos donde se reconoce zonas macroscópicas en estado normal donde el campo magnético ya ha penetrado junto a zonas superconductoras.

Normalmente, los metales puros presentan esta propiedad como el mercurio o el aluminio.

### 1.1.2. Superconductores de tipo II

Los superconductores de tipo II presentan una fase mixta donde ambos estados coexisten bajo la forma de una «red de vórtices».



(a) Le diagramme de phases

Figura 3: Fases de un SC de tipo II

De esta manera, además del estado normal y el estado superconductor reconocemos el estado mixto. Este estado es mayoritariamente superconductor con una penetración del campo  $B$  en forma de vórtices cuantizados, cada vórtice tiene un flujo cuantizado según  $\Phi_0 = \frac{hc}{2e}$ . Alrededor de cada vórtice se produce una corriente que impide que el campo penetre más en el material, estos vórtices se repelen entre ellos por lo que forman una estructura de red.

La estructura del vórtice es como sigue: en su centro, la densidad de electrones en estado superconductor es nula, esta densidad vuelve a su nivel normal a una distancia  $\xi$ . El campo penetra una distancia  $\lambda$  en la cual circula una corriente inducida.

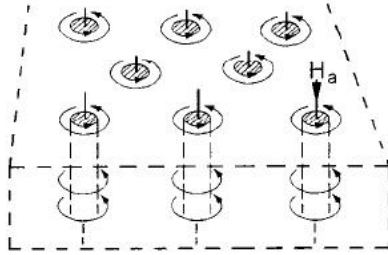


Figura 4: Red de vórtices en un superconductor tipo II

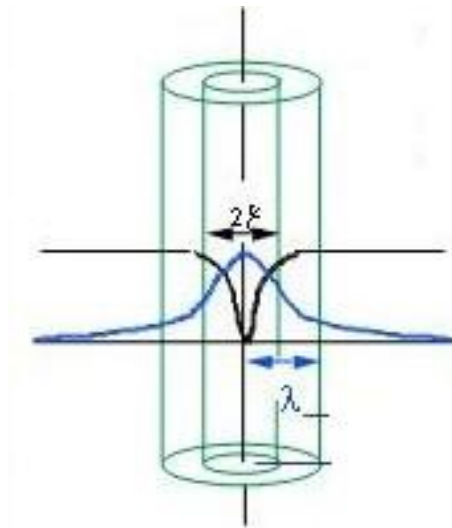


Figura 5: Estructura de un vórtice

## 2. Potencial electrostático en un semiconductor inhomogéneo.

Si suponemos que esta juntura p-n se realiza al acercar un material de tipo  $n$  a un material de tipo  $p$ , partimos de una situación donde el nivel de Fermi  $E_F$  (notado  $\mu$  en algunas ocasiones) es distinto en las regiones de tipo  $n$  y  $p$ . Esta situación está esquematizada en la figura ?? en el caso de régimen extrínseco ( $n \sim N_D \gg n_i$  en la región  $n$ ,  $p \sim N_A \gg n_i$  en la región  $p$ ).

### 2.0.3. Problema 1

Considere dos alambres superconductores: Sn (tipo I) y  $Nb_3Sn$  (tipo II), cada uno de 1mm de espesor. El campo magnético en la superficie de un conductor que transporta una corriente  $I$  es:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad (1)$$

1. Asumiendo que el cable de Sn pierde su superconductividad a un campo crítico de 0.2 T, calcule la máxima corriente y la máxima densidad de corriente que se puede transportar si este cable está cerca del cero absoluto (es decir, más abajo de  $T_c$ )
2. Calcule la máxima corriente (y densidad) para el segundo cable, considerando que el campo crítico  $B_{c2}$  que es 24.5 a 0 K.

### 2.0.4. Solución

■

$$I_c = \frac{B_c 2\pi r}{\mu_0} \quad (2)$$

$$I_c = 500A \quad (3)$$

Luego:

$$J_c = \frac{I_c}{A} = 6,37 \times 10^8 A/m^2 \quad (4)$$

■ Procedemos análogamente:

$$I_c = \frac{B_c 2\pi r}{\mu_0} = 61250A \quad (5)$$

$$J_c = 7,8 \times 10^{10} A/m^2 \quad (6)$$

### 2.0.5. Problema 2

Un inductor que transporta carga almacena energía en su campo magnético que puede ser convertida en trabajo eléctrico. Un grupo de ingenieros decide construir una inductor toroidal para almacenar energía para poder abastecer una comunidad de 10 casas en Finlandia cada una consumiendo en promedio 3 kW durante las noches de invierno (6 meses). Usarán un superconductor de tipo II a altas temperaturas,  $B_{c2} = 100 T$  y  $J_c = 5 \times 10^{10}, A/m^2$ . El cable usado tiene un diámetro de 5 mm, toda la comunidad está cableada de esta manera salvo donde se requiere transformar la energía eléctrica (en mecánica, calórica, etc). El diseño elegido es el siguiente:

El diámetro medio  $D_T$  del toroide (es decir el promedio entre el diámetro exterior e interior) es 10 veces mayor al diámetro de la superficie toroidal en la que se pone los cables. Por lo tanto, es razonable considerar que el campo dentro del toroide es uniforme al 10%.

El campo máximo al que puede operar son 35T. Asuma que  $J_c$  decrece linealmente con el campo magnético.

Encuentre el tamaño del toroide (diámetro medio y circunferencia), el número de vueltas, la longitud de cable requerida, la corriente y si ésta está bajo la corriente crítica.

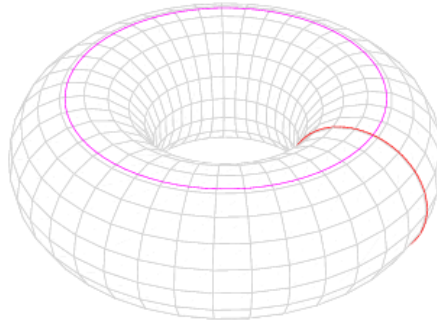


Figura 6: Toroide

### 2.0.6. Solución

Como es un problema de diseño puede haber varias formas de abordar el problema. El campo crítico es 100 T y  $J_c = 5 \times 10^{10} A/m^2$ . Asumiendo que  $J_c$  decrece linealmente con  $B_c$ , para nuestro campo B actual se tendrá una densidad de corriente crítica dada por:

$$J'_c = J_c(B_c - B)/B_c \quad (7)$$

$$J'_c = 3,250 \times 10^{10} A/m^2 \quad (8)$$

Potencia por casa= 3000 W

Tiempo total= (1 noche)(6 meses/noche)(30 dias/mes)(24 h/dia)(60 min/h)(60 s/min)

Tiempo total=  $1,55 \times 10^7$  s

Así el requerimiento energético por casa será:

$$E_{tot} = Casas \times Potencia \text{ por casa} \times Tiempo \quad (9)$$

$$E_{tot} = 4,66 \times 10^{11} J \quad (10)$$

La energía por unidad de volumen en el toroide es:

$$E_{Vol} = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{35^2}{2 \times 4\pi \times 10^{-7}} \quad (11)$$

$$E_{Vol} = 4,87 \times 10^8 \text{ J/m}^3 \quad (12)$$

Luego el volumen correspondiente será:

$$V = E_{tot}/E_{vol} = 957,1 \text{ m}^3 \quad (13)$$

Para la corriente máxima  $I_{max}$  debemos hacer:

$$I_{max} = J'_c \left( \pi \frac{d^2}{4} \right) = 6,38 \times 10^5 \text{ A} \quad (14)$$

Donde  $d$  es el diámetro del cable usado. Sea ahora,  $L$  la circunferencia media del toroide,  $D$  el diámetro de la zona útil del toroide para el campo  $B$ .  $D_{tor}$  el diámetro medio del toroide. Se ha elegido:

$$D_{tor} = 10D \quad (15)$$

La circunferencia media será:

$$L = \pi D_{tor} = 10\pi D \quad (16)$$

o bien,  $D = L/(10\pi)$ . El volumen del interior del toroide será:

$$V = \pi \left( \frac{D}{2} \right)^2 L = L^3 / (400\pi) \quad (17)$$

Luego,  $L = (400\pi V)^{(1/3)} = 106,3 \text{ m}$ . Que es la circunferencia media del inductor. Además:

$$D_{tor} = L/\pi = 33,9 \text{ m} \quad (18)$$

Sea  $N$  el número de vueltas. usaremos  $Nd \approx L$ . Así  $N = 21260$  vueltas. Sea  $I_{op}$  la corriente de operación, luego, el campo al interior del toroide será:

$$B = \frac{\mu_0 N I_{op}}{L} \quad (19)$$

Luego se debe operar a  $I_{op} = 1,39 \times 10^5 \text{ A}$ . Esta corriente es inferior a la corriente crítica. El largo de cable superconductor lo calcularemos según  $NL = 2260 \text{ km}$